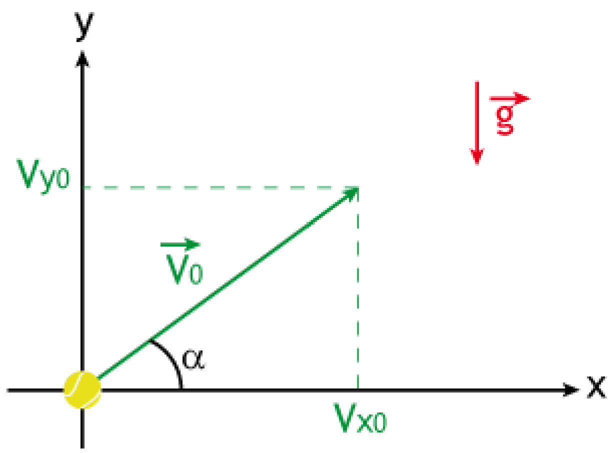
Fiche 13

Mouvements dans un champ uniforme



Champ de pesanteur uniforme

Etude du mouvement d'un objet de masse m dans un champ de pesanteur, lancé avec une vitesse initiale.

Le système est l'objet ponctuel, le référentiel terrestre (Galiléen).

2è loi de Newton :

$$\sum \vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} = m.\vec{a} \quad car\ m = cte$$

$$donc \quad m.\vec{a} = m.\vec{g} \Leftrightarrow \vec{a} = \vec{g}$$

Détermination des équations horaires

On projette cette relation sur les axes pour trouver les équations horaires x(t) et y(t) :

$$\begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = -g \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} V_x = V_0 cos\alpha \\ v_y = -g \times t + V_0 sin\alpha \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = (V_0 cos\alpha) \times t + x_0 \\ y = -\frac{g}{2} \times t^2 + (V_0 sin\alpha) \times t + y_0 \end{cases}$$

Lors des intégrations successives, **les valeurs des constantes sont déterminées grâce aux conditions initiales**.

Si, lors du choix du repère, on place l'origine sur le point de départ alors les équations horaires sont simplifiées et deviennent :

$$\begin{cases} x = (V_0 cos\alpha) \times t \\ y = -\frac{g}{2} \times t^2 + (V_0 sin\alpha) \times t \end{cases}$$

Si en plus le solide n'a pas de vitesse initiale on retrouve alors le cas de la chute libre :

$$\begin{cases} x = 0 \\ y = -\frac{g}{2} \times t^2 \end{cases}$$

Equation du mouvement

Obtenir l'équation du mouvement c'est trouver l'équation y=f(x). Pour cela on utilise x(t) pour déterminer t en fonction de x puis on injecte la valeur de t dans l'expression de y(t) :

$$\begin{cases} x = (V_0 cos\alpha) \times t \\ y = -\frac{g}{2} \times t^2 + (V_0 sin\alpha) \times t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = x/(V_0 cos\alpha) \\ y = -\frac{g}{2} \times t^2 + (V_0 sin\alpha) \times t \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} t = x/(V_0 cos\alpha) \\ y = -\frac{g}{2} \times \left(\frac{x}{V_0 cos\alpha}\right)^2 + (V_0 sin\alpha) \times \frac{x}{V_0 cos\alpha} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = x/(V_0 cos\alpha) \\ \boldsymbol{y = -\frac{g}{2(V_0 cos\alpha)^2}.x^2 + \tan(\alpha).x} \end{cases}$$

On retrouve bien l'équation d'une **parabole**.