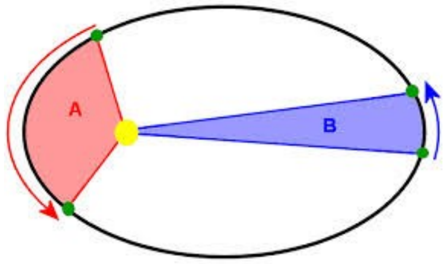
Fiche 12

Lois de Kepler

Lois de Kepler

1ère loi (loi des orbites) : les satellites décrivent des ellipses dont le Soleil est un des foyers.

2è loi (loi des aires) : le segment de droite reliant le Soleil et la planète balaye des aires égales pendant des durées égales.



Des aires balayées égales pendant une même durée

3è loi (loi des périodes) : pour toutes les planètes d'un même système solaire

$$\boxed{\frac{T^2}{a^3} = cte}$$

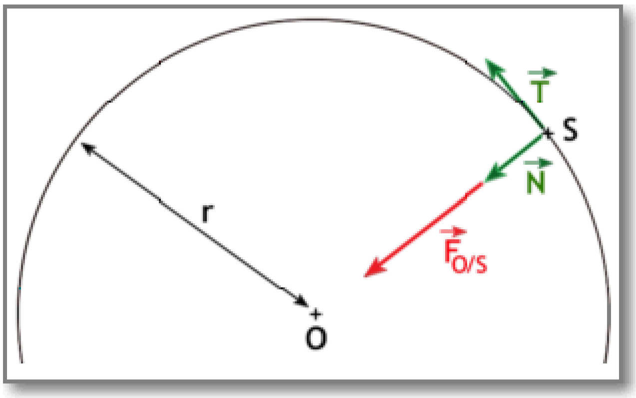
T est la période de révolution de la planète

a est la longueur du demi grand axe

Décrire le mouvement des planètes et satellites

Ce qui suit est une étude classique du mouvement des planètes. On prend le cas d'un satellite S gravitant autour d'une étoile O.

Le système étudié est le satellite S dans le référentiel "O-centrique" (héliocentrique pour une planète du système solaire).



La seule force agissant sur S est :

$$\overrightarrow{F_{O/S}} = G\frac{m_S.M_O}{r^2}.\vec{N}$$

On applique la deuxième loi de Newton à S puis on la projette sur le repère $(O,\vec{N},\vec{T})$

$$\overrightarrow{F_{O/S}} = m_S.\vec{a} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} 0 = \dfrac{dv}{dt} \\ G\dfrac{M_O}{r^2} = \dfrac{v^2}{r} \end{pmatrix} \begin{matrix} (1) \\ (2) \end{matrix}$$

(1) Mouvement uniforme, v=constante

(2) Donne la valeur de la vitesse $\boxed{v = \sqrt{\frac{G.M_O}{r}}}$

Le satellite décrivant un "périmètre" en une période on peut écrire :

$$2.\pi.r = v.T \Leftrightarrow T = \frac{2.\pi.r}{\sqrt{\frac{G.M_O}{r}}} \Leftrightarrow \boxed{T = 2.\pi\sqrt{\frac{r^3}{G.M_O}}}$$

En utilisant les valeurs de T et r on détermine la valeur de la constante de la 3è loi de Kepler.

$$\frac{T^2}{r^3} = \frac{4.\pi^2.\frac{r^3}{G.M_O}}{r^3} \Leftrightarrow \boxed{\frac{T^2}{r^3} = \frac{4.\pi^2}{G.M_O}}$$